



Formelzusammenstellung

zugelassen für die Prüfung

Datenanalyse

der Fakultät 09 für
Wirtschaftsingenieurwesen

Prof. Dr. Volker Abel

Inhaltsverzeichnis

1	Statistische Maßzahlen	1
1.1	Maßzahlen für die Lage	1
1.1.1	Arithmetisches Mittel	1
1.1.2	α -Quantil $0 < \alpha < 1$	1
1.1.3	Median	1
1.2	Maßzahlen für die Streuung.....	1
1.2.1	Spannweite.....	1
1.2.2	Inter-Quartil-Spannweite	1
1.2.3	Varianz.....	1
1.2.4	Standardabweichung	1
1.2.5	Mittlere absolute Abweichung vom Median	1
1.2.6	Median absolute Abweichung	2
1.3	Maßzahlen für die Schiefe	2
2	Grafische Darstellungen	2
2.1	Histogramm	2
2.2	Box-and-Whisker-Plot.....	2
2.3	Empirische Verteilungsfunktion / Summenhäufigkeitsfunktion	2
3	Statistische Anteilsbereiche	2
3.1	einseitiger Anteilsbereich	2
3.2	zweiseitiger Anteilsbereich	2
4	Zwei Stichproben Test von Kolmogorov und Smirnov	3
5	Prozessfähigkeit	3
6	Normalverteilung und Kosinusverteilung	4
6.1	Normalverteilung.....	4
6.2	Wahrscheinlichkeitsnetz	4
6.3	Punktschätzung und Intervallschätzung für μ, σ^2, σ und C_{pk}	4
6.4	Kosinusverteilung	5
7	Korrelation und Regression	5
7.1	Korrelation	5
7.1.1	Korrelationskoeffizient.....	5
7.2	Einfache lineare Regression.....	6
7.2.1	Regressionsgerade	6
7.2.2	Bestimmtheitsmaß.....	6
7.2.3	korrigiertes Bestimmtheitsmaß	6
7.3	Mehrfache lineare Regression.....	6
7.3.1	Bestimmtheitsmaß.....	6
7.3.2	korrigiertes Bestimmtheitsmaß	6
7.3.3	Mallows C_p	6
8	Statistische Verteilungen	7
8.1	Exponentialverteilung und Konfidenzintervall für λ	7
8.2	Weibull Verteilung.....	7
8.3	Reliability Engineering	8
8.4	Hypergeometrische Verteilung.....	8
8.5	Binomialverteilung.....	8
8.6	Poissonverteilung.....	8
8.7	Statistische Verteilungen: Approximationen Übersicht	9
9	Auswertung von Zähldaten	10
9.1	Häufigkeiten und Anzahl	10
9.2	Chi-Quadrat-Anpassungstest	10
	Tabellen	11
	χ^2 -Verteilung.....	11
	Normalverteilung.....	12
	Student-t-Verteilung.....	13

1 Statistische Maßzahlen

1.1 Maßzahlen für die Lage

1.1.1 Arithmetisches Mittel

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

1.1.2 α -Quantil $0 < \alpha < 1$

$n \cdot \alpha$ ganzzahlig:

$$Q(\alpha) = \frac{x_{(n \cdot \alpha)} + x_{(n \cdot \alpha + 1)}}{2}$$

$n \cdot \alpha$ nicht ganzzahlig:

$Q(\alpha) = x_{(k)}$, wobei k die auf $n \cdot \alpha$ **nächst** folgende ganze Zahl ist

1.1.3 Median

$$\tilde{x} = Q(0,50)$$

1.2 Maßzahlen für die Streuung

1.2.1 Spannweite

$$R = \text{maximum-minimum} = x_{(n)} - x_{(1)}$$

1.2.2 Inter-Quartil-Spannweite

$$IQR = Q(0,75) - Q(0,25)$$

1.2.3 Varianz

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

1.2.4 Standardabweichung

$$s = +\sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

1.2.5 Mittlere absolute Abweichung vom Median

$$MA_x = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \tilde{x}|}{n}$$

1.2.6 Median absolute Abweichung

$$MAD = \text{Median} \left\{ |x_i - \tilde{x}|; i = 1, \dots, n \right\}$$

1.3 Maßzahlen für die Schiefe

$$\text{Schiefe I} = \frac{\bar{x} - \tilde{x}}{s}$$

$$\text{Schiefe IIa} = \frac{Q(0,75) + Q(0,25) - 2 \cdot Q(0,50)}{Q(0,75) - Q(0,25)}$$

$$\text{Schiefe IIb} = \frac{Q(0,90) + Q(0,10) - 2 \cdot Q(0,50)}{Q(0,90) - Q(0,10)}$$

$$\text{Schiefe III} = \frac{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{s^3}$$

2 Grafische Darstellungen

2.1 Histogramm

$$\text{optimale Klassenbreite} = 2 \cdot \frac{(Q(0,75) - Q(0,25))}{\sqrt[3]{n}}$$

2.2 Box-and-Whisker-Plot

Unterer Whisker = kleinster Wert, der noch $\geq Q(0,25) - 1,5 \cdot (Q(0,75) - Q(0,25))$

Oberer Whisker = größter Wert, der noch $\leq Q(0,75) + 1,5 \cdot (Q(0,75) - Q(0,25))$

2.3 Empirische Verteilungsfunktion / Summenhäufigkeitsfunktion

$$\hat{F}_n(x) = \frac{1}{n} \cdot \text{Anzahl} \left\{ i \mid x_{(i)} \leq x \right\}$$

3 Statistische Anteilsbereiche

$p = \text{Anteil}$, $n = \text{Stichprobenumfang}$, $\gamma = \text{Vertrauen}$

3.1 einseitiger Anteilsbereich

$$p^n = 1 - \gamma$$

3.2 zweiseitiger Anteilsbereich

$$n \cdot p^{n-1} - (n-1) \cdot p^n = 1 - \gamma$$

$p \backslash \gamma$		0,95	0,90	0,70	0,50
0,99		473	388	244	168
0,95		93	77	49	34
0,90		46	38	24	17
0,85		30	25	16	11

4 Zwei Stichproben Test von Kolmogorov und Smirnov

$$\hat{D} = \max_x \left| \hat{F}_n(x) - \hat{F}_m(x) \right|$$

H_0 : Die beiden Grundgesamtheiten, aus denen die Stichproben vom Umfang n bzw. m ausgewählt werden, haben dieselbe statistische Verteilung.

$\hat{D} > D(\alpha)$: H_0 wird abgelehnt

$\hat{D} \leq D(\alpha)$: H_0 wird nicht abgelehnt

α : Signifikanzniveau

$$D(\alpha) = K(\alpha) \cdot \sqrt{\frac{n+m}{n \cdot m}}$$

α	0,20	0,15	0,10	0,05	0,01	0,001
$K(\alpha)$	1,07	1,14	1,22	1,36	1,63	1,95

5 Prozessfähigkeit

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6 \cdot \bar{s}}$$

$$P_p = \frac{USL - LSL}{6 \cdot s_g}$$

$$C_{p_u} = \frac{USL - \bar{x}}{3 \cdot \bar{s}}$$

$$P_{p_u} = \frac{USL - \bar{x}}{3 \cdot s_g}$$

$$C_{p_l} = \frac{\bar{x} - LSL}{3 \cdot \bar{s}}$$

$$P_{p_l} = \frac{\bar{x} - LSL}{3 \cdot s_g}$$

$$C_{p_k} = \min\{C_{p_u}, C_{p_l}\}$$

$$P_{p_k} = \min\{P_{p_u}, P_{p_l}\}$$

6 Normalverteilung und Kosinusverteilung

6.1 Normalverteilung

Ist X normalverteilt mit Erwartungswert μ und Standardabweichung σ , so ist

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

standardnormalverteilt (Erwartungswert = 0, Standardabweichung = 1).

Tabelle der Standardnormalverteilungsfunktion

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^z f(t) dt$$

auf der nächsten Seite.
Es gilt

$$\Phi(-z) = 1 - \Phi(+z)$$

6.2 Wahrscheinlichkeitsnetz

In das Wahrscheinlichkeitsnetz der Normalverteilung werden eingetragen die Punkte

$$\left(x_{(i)}, \frac{i}{n+1} \right)$$

6.3 Punktschätzung und Intervallschätzung für μ, σ^2, σ und C_{pk}

Standardabweichung: $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$

für μ : $\bar{x} \pm t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$

für σ^2 : $\left[\frac{(n-1) \cdot s^2}{\chi^2_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}}}, \frac{(n-1) \cdot s^2}{\chi^2_{n-1; \frac{\alpha}{2}}} \right]$

für σ : $\left[\sqrt{\frac{(n-1) \cdot s^2}{\chi^2_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}}}}, \sqrt{\frac{(n-1) \cdot s^2}{\chi^2_{n-1; \frac{\alpha}{2}}}} \right]$

Liegt eine Normalverteilung vor, so ist

$$C_{p_k} \pm 1,96 \sqrt{\frac{C_{p_k}^2}{2(N-1)} + \frac{1}{9N}}$$

ein Konfidenzintervall für den wahren Wert von C_{p_k} zum Vertrauen 95%
($N = \text{Gesamtumfang der Stichprobe} = k \cdot n$)

6.4 Kosinusverteilung

für $\mu - b \leq x \leq \mu + b$

$$f(x) = \frac{1}{2b} \cdot \left(1 + \cos\left(\frac{x - \mu}{b} \cdot \pi\right) \right)$$

$$F(x) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{x - \mu}{b} + \frac{1}{\pi} \cdot \sin\left(\frac{x - \mu}{b} \cdot \pi\right) \right)$$

Erwartungswert = μ

$$\text{Varianz } \sigma^2 = b^2 \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{\pi^2} \right) \approx 0,1307 \cdot b^2 \quad \text{oder} \quad b = 2,766\sigma$$

7 Korrelation und Regression

7.1 Korrelation

7.1.1 Korrelationskoeffizient

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i - \frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right)}}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2 \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^n y_i^2 - n \cdot \bar{y}^2 \right)}}$$

7.2 Einfache lineare Regression

7.2.1 Regressionsgerade

$$y = b_0 + b_1 \cdot x$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x}$$

7.2.2 Bestimmtheitsmaß

$$B = R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

$$B = r^2$$

7.2.3 korrigiertes Bestimmtheitsmaß

$$R_{adj}^2 = R^2 - \frac{1}{n-2} \cdot (1 - R^2)$$

7.3 Mehrfache lineare Regression

$$y = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_k \cdot x_k$$

7.3.1 Bestimmtheitsmaß

$$B = R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

7.3.2 korrigiertes Bestimmtheitsmaß

$$R_{adj}^2 = R^2 - \frac{k}{n - (k + 1)} \cdot (1 - R^2)$$

7.3.3 Mallows C_p

$$C_p = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\frac{1}{n-k-1} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} + 2 \cdot p - n$$

Im Zähler: \hat{y}_i aus einem Teilmodell mit $p - 1$ Variablen (p Koeffizienten)

Im Nenner: \hat{y}_i aus dem vollen Modell ($k + 1$ Koeffizienten)

Für gute Gleichungen: $C_p \approx p$

8 Statistische Verteilungen

8.1 Exponentialverteilung und Konfidenzintervall für λ

$$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad \text{für } t \geq 0$$

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda \cdot t} \quad \text{für } t \geq 0$$

$$E(T) = \frac{1}{\lambda}, \quad \text{var}(T) = \frac{1}{\lambda^2}, \quad \text{Median von } T = \tilde{x} = \frac{0,693}{\lambda}$$

$$\text{Wahrscheinlichkeitspapier: } \left(t_{(i)}; \ln \left(\frac{n+1}{n+1-i} \right) \right)$$

Konfidenzintervall zum Vertrauen $1 - \alpha$

$$\left[\frac{\chi^2_{2n; \frac{\alpha}{2}}}{2 \cdot \sum_{i=1}^n t_i}; \frac{\chi^2_{2n; 1-\frac{\alpha}{2}}}{2 \cdot \sum_{i=1}^n t_i} \right]$$

8.2 Weibull Verteilung

$$f(x) = \frac{b}{a} \cdot \left(\frac{x}{a} \right)^{b-1} \cdot e^{-\left(\frac{x}{a} \right)^b} \quad \text{für } x \geq 0$$

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{a} \right)^b} \quad \text{für } x \geq 0$$

$$\text{Median} = a \cdot \sqrt[b]{\ln(2)}$$

a = charakteristische Lebensdauer

$$F(a) = 0,632$$

$$\text{Wahrscheinlichkeitspapier: } \left(\ln(x_{(i)}), \ln \left(\ln \left(\frac{n+1}{n+1-i} \right) \right) \right)$$

8.3 Reliability Engineering

$$\text{Ausfallrate: } h(x) = \frac{f(x)}{1-F(x)}$$

8.4 Hypergeometrische Verteilung

$$P(X = k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

$$E(X) = n \cdot \frac{M}{N}$$

$$\text{var}(X) = n \cdot \frac{N-n}{N-1} \cdot \frac{M}{N} \cdot \left(1 - \frac{M}{N}\right)$$

Für $\frac{n}{N} \leq 0,05$ ist die Binomialverteilung mit $p = \frac{M}{N}$ eine gute Näherung.

8.5 Binomialverteilung

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

für $k = 0, 1, 2, \dots, n$

$$E(X) = n \cdot p$$

$$\text{var}(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$$

Für $n \geq 30$ und $p < 0,1$ ist die Poissonverteilung mit $\lambda = n \cdot p$ eine gute Näherung.

8.6 Poissonverteilung

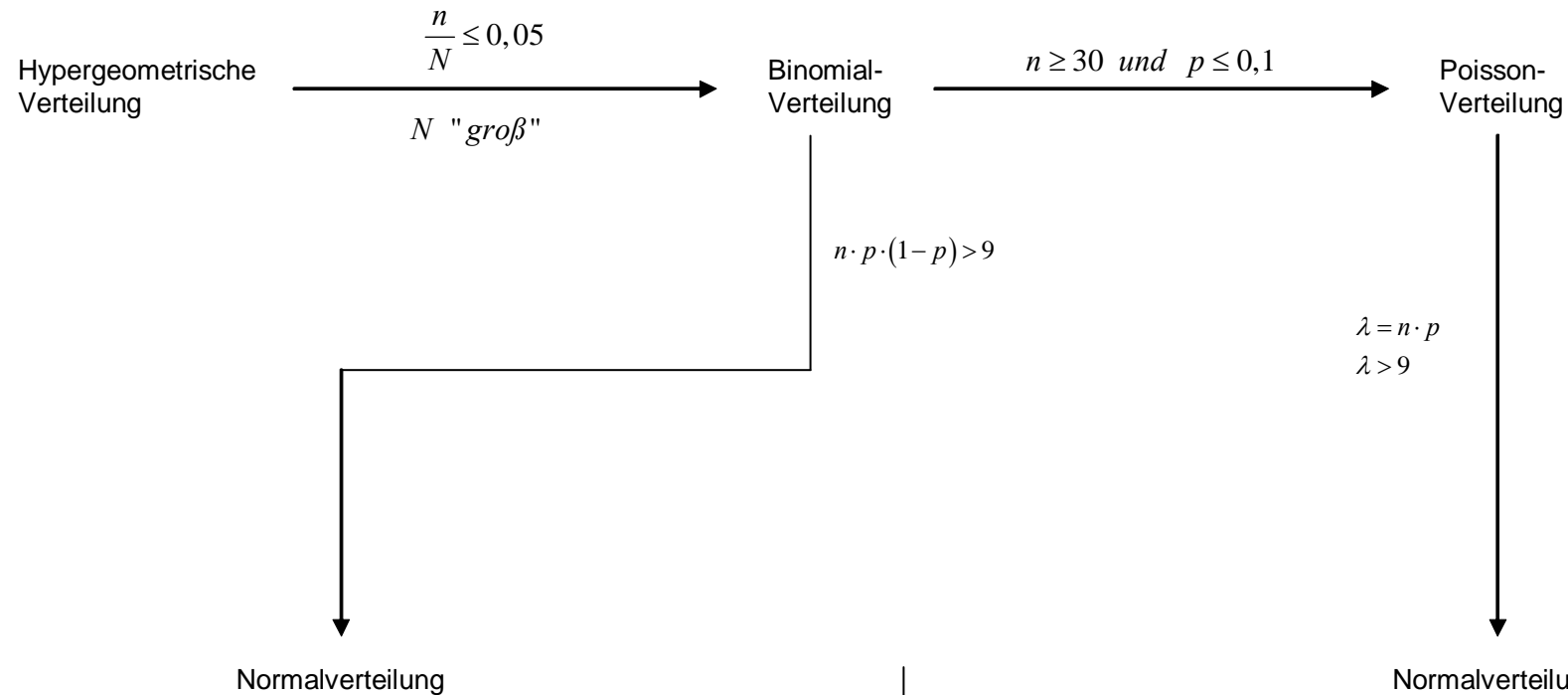
$$P(X = k) = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^k}{k!}$$

für $k = 0, 1, 2, \dots, \infty$

$$E(X) = \lambda$$

$$\text{var}(X) = \lambda$$

Statistische Verteilungen: Approximationen



$$P(X \leq k) \approx \Phi\left(\frac{k + 0,5 - n \cdot p}{\sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}}\right)$$

$$P(a \leq X \leq b) \approx \Phi\left(\frac{b + 0,5 - n \cdot p}{\sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}}\right) - \Phi\left(\frac{a - 0,5 - n \cdot p}{\sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}}\right)$$

$$P(X \leq k) \approx \Phi\left(\frac{k + 0,5 - \lambda}{\sqrt{\lambda}}\right)$$

$$P(a \leq X \leq b) \approx \Phi\left(\frac{b + 0,5 - \lambda}{\sqrt{\lambda}}\right) - \Phi\left(\frac{a - 0,5 - \lambda}{\sqrt{\lambda}}\right)$$

Achtung: es muss sein $a \leq X \leq b$!

9 Auswertung von Zähldaten

9.1 Häufigkeiten und Anzahl

→ Konfidenzintervall für die prozentuale Häufigkeit in der Grundgesamtheit

(Voraussetzung: $n \cdot p \cdot (1-p) \geq 9$)

$$p_u = \frac{2m + z^2 - z \cdot \sqrt{z^2 + 4 \cdot m \cdot \left(1 - \frac{m}{n}\right)}}{2 \cdot (n + z^2)}$$

$$p_o = \frac{2m + z^2 + z \cdot \sqrt{z^2 + 4 \cdot m \cdot \left(1 - \frac{m}{n}\right)}}{2 \cdot (n + z^2)}$$

Dabei ist z (die Werte stammen aus der sog. Normalverteilung, siehe S.42)

Vertrauen	90%	95%	99%
z	1,645	1,960	2,578

Notwendiger Stichprobenumfang

$$n \geq \left(\frac{2 \cdot z}{d}\right)^2 \cdot p \cdot (1-p)$$

9.2 Chi-Quadrat-Anpassungstest

H_0 : Es liegt eine Wahrscheinlichkeitsverteilung (p_1, p_2, \dots, p_m) vor.

Voraussetzung: $E_i = n \cdot p_i \geq 5$ für $i = 1, 2, \dots, m$

$$T = \sum_{i=1}^m \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

$\alpha = \text{Signifikanzniveau}$

$$T > \chi_{f;1-\alpha}^2 \Rightarrow H_0 \text{ ist abzulehnen}$$

$$T \leq \chi_{f;1-\alpha}^2 \Rightarrow H_0 \text{ kann nicht abgelehnt werden}$$

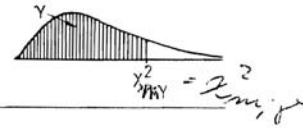
$f = \text{Zahl der Freiheitsgrade}$

$f = m - 1$, wenn keine Parameter geschätzt werden müssen

$f = m - 1 - r$, wenn r Parameter geschätzt werden müssen

Tabellen

χ^2 -Verteilung



Tab. 4:¹ Quantile $\chi^2_{m; \alpha}$ der χ^2 -Verteilung

$m \backslash \alpha$	0,995	0,990	0,975	0,950	0,900	0,750	0,500	0,250	0,100	0,050	0,025	0,010	0,005
1	7,879	6,635	5,034	3,841	2,706	1,323	0,455	0,102	2,158	3,93	49,82	41,57	53,93
2	10,60	9,210	7,378	5,991	4,605	2,773	1,386	0,575	0,211	0,103	25,06	22,01	21,00
3	12,84	11,34	9,348	7,815	6,251	4,108	2,366	1,213	0,584	0,352	0,216	0,115	27,17
4	14,86	13,28	11,14	9,488	7,779	5,385	3,357	1,923	1,064	0,711	0,484	0,297	0,207
5	16,75	15,09	12,83	11,07	9,236	6,626	4,351	2,675	1,610	1,145	0,381	0,554	0,412
6	18,55	16,81	14,45	12,59	10,64	7,841	5,348	3,455	2,204	1,635	1,237	0,872	0,676
7	20,28	18,48	16,01	14,07	12,02	9,037	6,346	4,255	2,833	2,167	1,690	1,239	0,989
8	21,96	20,09	17,53	15,51	13,36	10,22	7,344	5,071	3,490	2,733	2,180	1,647	1,344
9	23,59	21,67	19,02	16,92	14,68	11,39	8,343	5,899	4,168	3,325	2,700	2,088	1,735
10	25,19	23,21	20,48	18,31	15,99	12,55	9,342	6,737	4,865	3,940	3,247	2,558	2,156
11	26,76	24,73	21,92	19,68	17,28	13,70	10,34	7,584	5,578	4,575	3,816	3,053	2,603
12	28,30	26,22	23,34	21,03	18,55	14,85	11,34	8,438	6,304	5,226	4,404	3,571	3,074
13	29,82	27,69	24,74	22,36	19,81	15,98	12,34	9,299	7,042	5,892	5,009	4,107	3,565
14	31,32	29,14	26,12	23,68	21,06	17,12	13,34	10,17	7,790	6,571	5,629	4,660	4,075
15	32,80	30,58	27,49	25,00	22,31	18,25	14,34	11,04	8,547	7,261	6,262	5,229	4,601
16	34,27	32,00	28,85	26,30	23,54	19,37	15,34	11,91	9,312	7,962	6,908	5,812	5,142
17	35,72	33,41	30,19	27,59	24,77	20,49	16,34	12,79	10,09	8,672	7,564	6,408	5,697
18	37,16	34,81	31,53	28,87	25,99	21,60	17,34	13,68	10,86	9,390	8,231	7,015	6,265
19	38,58	36,19	32,85	30,14	27,20	22,72	18,34	14,56	11,65	10,12	8,907	7,633	6,844
20	40,00	37,57	34,17	31,41	28,41	23,83	19,34	15,45	12,44	10,85	9,591	8,260	7,434
21	41,40	38,93	35,48	32,67	29,62	24,93	20,34	16,34	13,24	11,59	10,28	8,897	8,034
22	42,80	40,29	36,78	33,92	30,81	26,04	21,34	17,24	14,04	12,34	10,98	9,542	8,643
23	44,18	41,64	38,08	35,17	32,01	27,14	22,34	18,14	14,85	13,09	11,69	10,20	9,260
24	45,56	42,98	39,36	36,42	33,20	28,24	23,34	19,04	15,66	13,85	12,40	10,86	9,886
25	46,93	44,31	40,65	37,65	34,38	29,34	24,34	19,94	16,47	14,61	13,12	11,52	10,52
26	48,29	45,64	41,92	38,89	35,56	30,43	25,34	20,84	17,29	15,38	13,84	12,20	11,16
27	49,64	46,96	43,19	40,11	36,74	31,53	26,34	21,75	18,11	16,15	14,57	12,88	11,81
28	50,99	48,28	44,46	41,34	37,92	32,62	27,34	22,66	19,94	16,93	15,31	13,56	12,46
29	52,34	49,59	45,72	42,56	39,09	33,71	28,34	23,57	19,77	17,71	16,05	14,26	13,12
30	53,67	50,89	46,98	43,77	40,26	34,80	29,34	24,48	20,60	18,49	16,79	14,95	13,79
40	66,77	63,69	59,34	55,76	51,81	45,62	39,34	33,66	29,05	26,51	24,43	22,16	20,71
50	79,49	76,15	71,42	67,50	63,17	56,33	49,33	42,94	37,69	34,76	32,36	29,71	27,99
60	91,95	88,38	83,30	79,08	74,40	66,98	59,33	52,29	46,46	43,19	40,48	37,48	35,53
70	104,2	100,4	95,02	90,53	85,53	77,58	69,33	61,70	55,33	51,74	48,76	45,44	43,28
80	116,3	112,3	106,6	101,9	96,58	88,13	79,33	71,14	64,28	60,39	57,15	53,54	51,17
90	128,3	124,1	118,1	113,1	107,6	98,65	89,33	80,62	73,29	69,13	65,65	61,75	59,20
100	140,2	135,8	129,6	124,3	118,5	109,1	99,33	90,13	82,36	77,93	74,22	70,06	67,33
150	198,4	193,2	185,8	179,6	172,6	161,3	149,3	138,0	128,3	122,7	118,0	112,7	109,1
200	255,3	249,4	241,1	234,0	226,0	213,1	199,3	186,2	174,8	168,3	162,7	156,4	152,2
250	311,3	304,9	295,7	287,9	279,1	264,7	249,3	234,6	221,8	214,4	208,1	200,9	196,2
300	366,8	359,9	349,9	341,4	331,8	316,1	299,3	283,1	269,1	260,9	253,9	246,0	240,7
400	476,6	468,7	457,3	447,6	436,6	418,7	399,3	380,6	364,2	354,6	346,5	337,2	330,9
600	693,0	683,5	669,8	658,1	644,8	623,0	599,3	576,3	556,1	544,2	534,0	522,4	514,5
800	906,8	896,0	880,3	866,9	851,7	826,6	799,3	772,7	749,2	735,4	723,5	709,9	700,7
1000	1119,	1107,	1090,	1075,	1058,	1030,	999,3	969,5	943,1	927,6	914,3	898,9	888,6

Normalverteilung

$\Phi(z) \rightarrow$

$z \setminus *$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0*	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1*	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,2*	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3*	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4*	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5*	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,6*	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7*	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,8*	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9*	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1,0*	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1*	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2*	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3*	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774
1,4*	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,5*	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6*	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7*	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8*	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9*	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2,0*	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,1*	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,2*	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,3*	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4*	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5*	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,6*	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7*	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8*	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9*	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0*	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1*	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2*	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3*	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4*	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5*	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6*	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7*	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8*	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9*	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
4,0*	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998

Student-t-Verteilung

Studentverteilung – Werte von t zu gegebenen Werten der Verteilungsfunktion



Tabelliert sind die Werte t, für die
 $W(-\infty < T \leq t) =$
 $= F_S(t/v) = 1 - \alpha$
 gilt.

ν	$1-\alpha$									
	0.600	0.700	0.750	0.800	0.900	0.950	0.975	0.990	0.995	0.999
1	0.325	0.727	1.000	1.376	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	318.3
2	0.289	0.617	0.816	1.061	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.33
3	0.277	0.584	0.765	0.978	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.21
4	0.271	0.569	0.741	0.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173
5	0.267	0.559	0.727	0.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893
6	0.265	0.553	0.718	0.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208
7	0.263	0.549	0.711	0.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785
8	0.262	0.546	0.706	0.889	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501
9	0.261	0.543	0.703	0.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297
10	0.260	0.542	0.700	0.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144
11	0.260	0.540	0.697	0.876	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025
12	0.259	0.539	0.695	0.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930
13	0.259	0.538	0.694	0.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852
14	0.258	0.537	0.692	0.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787
15	0.258	0.536	0.691	0.866	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733
16	0.258	0.535	0.690	0.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686
17	0.257	0.534	0.689	0.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646
18	0.257	0.534	0.688	0.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610
19	0.257	0.533	0.688	0.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579
20	0.257	0.533	0.687	0.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552
21	0.257	0.532	0.686	0.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527
22	0.256	0.532	0.686	0.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505
23	0.256	0.532	0.685	0.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485
24	0.256	0.531	0.685	0.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467
25	0.256	0.531	0.684	0.856	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450
26	0.256	0.531	0.684	0.856	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435
27	0.256	0.531	0.684	0.855	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421
28	0.256	0.530	0.683	0.855	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408
29	0.256	0.530	0.683	0.854	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396
30	0.256	0.530	0.683	0.854	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385
40	0.255	0.529	0.681	0.851	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307
50	0.255	0.528	0.679	0.849	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.261
100	0.254	0.526	0.677	0.845	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.174
150	0.254	0.526	0.676	0.844	1.287	1.655	1.976	2.352	2.609	3.146
∞	0.253	0.524	0.674	0.842	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090